

УДК 004

JEL коды: D89

08.00.13

Моделирование страхования по демографической модели Modeling insurance on a demographic model

Бабкина Елена Викторовна

д.э.н., Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия.

Babkina Elena Viktorovna

Doctor of Economics, St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great, Russia.

Аннотация

Мировая (ВОЗ, ООН) и российская (Госкомстат) статистика свидетельствует: продолжительность жизни населения выросла. Но для планирования, бюджетирования необходимы точные прогнозы, хотя бы среднесрочные. Без экономико-демографического, математического моделирования – неразрешимо. В работе предложены подход и математическая, экономико-демографическая модель. Рассмотрено приложение – страхование.

Abstract

World (WHO, UN) and Russian (Goskomstat) statistics indicate: the life expectancy of the population has increased. But for planning, budgeting, accurate forecasts, at least medium-term, are needed. Without economic, demographic, mathematical modeling is insoluble. The paper proposes an approach and a mathematical, economic and demographic model. Considered an application - insurance.

Ключевые слова: моделирование, демографическое, статистика, продолжительность жизни, население, страхование, портфель.

Keywords: modeling, demographic, statistics, life expectancy, population, insurance, portfolio.

Введение

Согласно статистике (http://www.statdata.ru/spg_reg_rf) по РФ ожидаема продолжительность жизни – 71,4 лет (мужчины 65,9, женщины 76,7). Минимальная разница в ЧР - 6 лет, РИ, Дагестане – 6,5. Максимальна размах в Орловской области - 12,9 лет. Лидирует СКФО (74,6).

Отчет Минздрава акцентирует 72,7 года по РФ (прирост за год - 0,83). У мужчин – 67,5 (+1), у женщин – 77,6 (+0,6).

Таблицы 1-3 представляют данные за 2001-2010гг. продолжительности жизни (лет) населения (данные Госкомстата РФ, <http://cbsd.gks.ru/>, «ожид» - ожидаемая, прогнозная численность, «реал» - статистическая, реальная численность).

Таблица 1. Таблица численности всего населения РФ с 2001 по 2010гг.

	муж. и жен.		мужчины		женщины	
	ожид	реал	ожид	реал	ожид	реал
2001	65,7	65,23	59,7	58,92	72,2	72,17
2002	65,9	64,95	60	58,68	72,3	71,9
2003	66,1	64,84	60,2	58,53	72,5	71,85
2004	66,4	65,31	60,5	58,91	72,6	72,36

2005	66,6	65,37	60,8	58,92	72,8	72,41
2006	66,8	66,69	61	60,43	72,9	73,34
2007	66,9	67,61	61,2	61,46	73	74,02
2008	67,1	67,99	61,3	61,92	73,2	74,28
2009	67,2	68,78	61,5	62,87	73,3	74,79
2010	67,4	68,94	61,7	63,09	73,4	74,88

Таблица 2. Продолжительность жизни городского населения

муж. и жен.		мужчины		женщины	
ожд	реал	ожд	реал	ожд	реал
66,1	65,57	60,1	59,33	72,4	72,37
66,3	65,4	60,4	59,09	72,6	72,18
66,6	65,36	60,7	59,01	72,7	72,2
66,8	65,87	60,9	59,42	72,9	72,73
67	66,1	61,2	59,58	73	72,99
67,2	67,43	61,4	61,12	73,1	73,88
67,3	68,37	61,6	62,2	73,3	75,74
67,5	68,77	61,8	62,67	73,4	74,83
67,7	69,57	62	63,65	73,5	75,34
67,8	69,69	62,2	63,82	73,7	75,39

Таблица 3. Продолжительность жизни сельского населения

муж. и жен.		мужчины		женщины	
ожд	реал	ожд	реал	ожд	реал
64,5	64,25	59,5	58,07	71,6	71,57
64,8	63,68	58,8	57,54	71,7	71,09
65	63,34	59,1	57,2	71,8	70,81
65,2	63,77	59,3	57,56	72	71,27
65,4	63,45	59,6	57,22	72,1	71,06
65,6	64,74	59,8	58,69	72,2	71,86
65,8	65,59	60	59,57	72,3	72,56
65,9	65,93	60,2	60	72,4	72,77
66,1	66,67	60,4	60,86	72,6	73,27
66,3	66,92	60,7	61,19	72,7	73,42

За 2015 год по РФ данные таковы: продолжительность всех – 71,4 (мужчин – 65,9, женщин – 76,7). Мировая статистика продолжительности жизни +23 года с 1948 года («Интерфакс», ВОЗ). Но половина населения Земли – без страховки, 12% тратят 10% и более бюджета на медицину[4].

В таких условиях весьма актуальна рассматриваемая задача – моделирование продолжительности жизни, страховой системы.

Моделирование страхования на базе демографической модели

Демографические модели используются как автономно, так и в качестве составных блоков при моделировании различных биологических и социально-экономических систем [9].

Общий принцип расчета значений большинства демографических параметров: брать отношение количества событий в среде (среди населения) к средней численности «продуцентов» этих событий (в рассматриваемом периоде) [12].

Численность (общую) рассчитываем по экспоненциальной кривой:

$$S_t = S_0 e^{kt},$$

где S_t – численность спустя t времени (лет); S_0 – начальная численность; k – коэффициент естественного прироста, в относительных величинах; t – прогнозный горизонт, на который выполняется прогноз (годы).

Подход применим только для небольших горизонтов прогноза, в его основе лежит предположение постоянства коэффициентов, что снижает его точность [11]. Но простота расчета позволяет быстро вычислить и другой немаловажный параметр – период, спустя который численность достигнет требуемого значения:

$$t = (lgS - lgS_0)/(0.4343k).$$

Можно использовать формулу Ю.А. Корча-Чепурковского:

$$\bar{k} = \frac{S_t - S_0}{0.5(S_t + S_0)t},$$

где S_0 – численность к началу периода; S_t – численность к концу периода; t – продолжительность периода (лет).

Преобразуя эту формулу можно получить формулу более простого расчета прироста:

$$\bar{k} = 2(S_t - S_0)/(t(S_t + S_0)).$$

В социально-экономическом моделировании недостаточно определить общее количество населения, необходимо рассчитывать и повозрастную вероятность смерти, для различных возрастных групп, для этого в формуле

$$l_{x+1} + d_x = l_x$$

обе части неравенства разделим на l_x :

$$\frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} = 1.$$

Первое слагаемое $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$ представляет собой долю доживших до возраста $x+1$ год из совокупности доживших до их лет и называется вероятностью дожития.

Второе слагаемое $q_x = \frac{d_x}{l_x}$ представляет собой долю умерших людей возраста x лет (вероятность смерти возраста x лет), это вероятность смерти в течение предстоящего года для лиц, достигших некоторого возраста x :

$$q_x = 1 - e^{-\int_x^{x+1} \mu(x)d(x)}.$$

Вероятность умереть q_x , выражает относительное уменьшение $l(x)$ за годичный период $(x)-(x+1)$. Так как уменьшение происходит неравномерно в течение всего года, поэтому разобьем интервал (например, на 12 месяцев) и получим ряд доживающих:

$$l_x = \{l(x), l(x + \Delta x), l(x + 2\Delta x), \dots, l(x + 1 - \Delta x), l(x + 1)\}.$$

Найти относительно уменьшение числа доживающих можно по формуле, используя смертность в возрасте от x до $x + \Delta x$: $\frac{l(x) - l(x + \Delta x)}{\Delta x l(x)}$.

Для более точного определения смертности в определенном возрасте необходимо найти:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{l(x) - l(x + \Delta x)}{l(x)\Delta x} \right] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[-\frac{l(x + \Delta x) - l(x)}{l(x)\Delta x} \right] = \frac{l'(x)}{l(x)}.$$

Обозначим $\mu(x) = -\frac{l'(x)}{l(x)}$ – коэффициент смертности, показывающий, сколько человек умирает из среднего числа населения.

Введем повозрастные коэффициенты смертности среди населения, представляющие собой среднее арифметическое из силы смертности в разных возрастах, взвешенное по численности:

$$m_x = \frac{\int_x^{x+1} \mu(x)l(x)dx}{\int_x^{x+1} l(x)dx},$$

числитель формулы – количество смертей в x лет, знаменатель – население в интервале $(x; x+1)$ лет (среднее), $\mu(x)dx$ – вероятность умереть, где

$$\mu(x) = \frac{2(l_x - l_{x+1})}{(l_x + l_{x+1})}.$$

Рассмотрим приложение в прогнозировании страхования.

Предприятия, выстраивающие страховую политику, стараются использовать релевантный инструментарий, прогнозные модели, алгоритмы, методики. Есть многообразие страховых продуктов, средств [10]. Рынок страхователей и страховщиков ведет прогноз по средним отклонениям, моде, математическому ожиданию. Но уже формируется страховая политика – отражение возможностей страхователей. Важны сочетания их целей, управление ими (портфелями), защищенность портфелей, определенных гарантий при задаваемых оценках дожития [13].

Портфель страховщика формируется многокритериально. Необходимые условия его формирования – учет интересов, синергетических эффектов, сбалансированности портфеля. Менеджеры учитывают ожидаемые доходы, риски, корреляции [5,8].

Цель страховой компании – спрогнозировать ожидаемые страховые выплаты, привязанные к классу решений, чтобы решение оказалось в приемлемом диапазоне. Это гарантирует и выплаты, и премии.

Оценки по моде, среднему – неприемлемы часто. Потенциальные портфели, ожидания пока не используют «тонкий» анализ, механизмы адаптивного регулирования портфеля, его оптимизации, согласно стратегическим целям. На практике чаще риски идентифицируются «реакцией постфактум» [10,11].

Наряду с финансовыми, необходимо учитывать нефинансовые индикаторы. Для страхования бизнеса, производственной инфраструктуры, важно учесть масштабность, при неопределенностях сложно прогнозировать результаты страховых операций, процедур, потоков [13].

Формирование отслеживаемого динамично страхового портфеля поможет страховой компании повысить привлекательность, увеличить стоимость, а страховым решениям – дополнять эффекты каждого.

Страховые компании, например жизни, рассчитывают страховые суммы по результатам статистической обработки представительных выборок данных по прошедшим событиям, т.е. получая информацию о средней частоте событий. Исходные данные – средняя смертность на каждый возраст, q_x, l_x соответствуют средним вероятностям.

В итоге страховщиков интересует ожидаемая продолжительность жизни, дожитие, достигшим возраста x , индивидом. Для новорожденных, ожидаемая продолжительность – среднее, доживших до x (в дискретной и непрерывной форме):

$$E_x = \frac{\sum_{y=x}^{\infty} l_y}{l_x}, E_x \frac{\int_x^{\infty} l_y dy}{l_x},$$

где E_x - продолжительность жизни (ожидаемая) в возрасте x , y - возраст.

Для полноты, замкнем модель подмоделью динамики роста населения. Например, логистического вида:

$$\frac{dy}{dx} = \varepsilon(x)y(x) - \lambda(x)y^2(x),$$

с заданными функциями смертности $\lambda(y)$, имеющими свойства: $\lambda(0)=0$; $\frac{d\lambda}{dy} > 0$, в

частности, $\lambda(y) = \frac{\alpha y}{1 + \alpha y}$, где α – неизвестный, идентифицируемый по экспериментальным (статистическим) данным, параметр.

Можно выписать решение (общий интеграл):

$$ye^{\alpha y} - y_0 e^{\alpha y_0} e^{-\varepsilon(x-x_0)} = 0.$$

Алгоритм моделирования реализуется шагами следующего содержания.

Сбор экспериментальных данных $y_i = y(x_i)$, $i=1,2,\dots,N$.

Дискретизация модели по сетке $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ с помощью конечно-разностной производной

$$y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{\Delta x_i}, \Delta x_i = x_{i+1} - x_i, i=1,2,\dots,n-1.$$

Считая параметры постоянными, получим рекуррентную схему:

$$\frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{\Delta x_i} = \varepsilon y(x_i) - \frac{\varepsilon y(x_i)}{1 + \alpha y(x_i)} y^2(x_i) \Rightarrow y(x_{i+1}) = y_{i+1}, y(x_i) = y_i,$$

$$y_{i+1} = (1 + \varepsilon_i \Delta x_i) y_i - \frac{\varepsilon y(x_i)}{1 + \alpha y(x_i)} \Delta x_i y_i^2,$$

где $\varepsilon_i = \varepsilon(x_i)$, $\lambda_i = \lambda(x_i)$.

3. Идентификация (выбор критерия и функционала адекватности). Составляется функционал адекватности

$$\Phi(\alpha) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_0 \varepsilon}{y_0 + (\varepsilon - \varepsilon \alpha y_0) e^{-\varepsilon(x_i - x_0)}} - y^{эксн} \right\}^2 \Rightarrow \min$$

Минимизируется составленный функционал адекватности. Для этого находим производную по α и приравниваем к нулю:

$$\frac{d\Phi}{d\alpha} = \sum_{i=1}^n 2 \left\{ y_i + \frac{y_i \varepsilon}{y_0 + (1 - \alpha y_i)} - y^{\text{эксн}} \right\} \frac{y_i^2 \varepsilon^2}{[(1 - \alpha y_i)]^2} = 0$$

Получается нелинейное уравнение относительно α :

$$\sum_{i=1}^n \left\{ y_i + \frac{y_i \varepsilon}{y_0 + (1 - \alpha y_i)} - y^{\text{эксн}} \right\} \frac{1}{[(1 - \alpha y_i)]^2} = 0 \quad \text{или}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{y_i - y_i^{\text{эксн}}}{[(1 - \alpha y_i)]^2} + \frac{\varepsilon y_i}{[(1 - \alpha y_i)]^3} = 0$$

4. Определяем экстремальную точку, решая нелинейное уравнение $\frac{d\Phi}{d\alpha} = 0$,

например, можно его определить методом Ньютона.

5. Осуществление прогноза по найденным значениям $\varepsilon_i, \lambda_i, i=1, \dots, n-1$.

6. Вывод результатов.

В качестве инструментального средства при реализации моделей лучше выбрать среду Delphi. Интегрированная среда разработки Delphi представляет собой мощное средство для создания Windows-приложений. Она позволяет использовать все возможности операционной системы Windows, создавать дружественный интерфейс программных продуктов, организовывать вывод данных в виде графиков, таблиц, а также обеспечивает возможность вывода их на печать. Одним из немаловажных достоинств среды Delphi является то, что она является объектно-ориентированной средой, то есть позволяет использовать всю мощь объектно-ориентированного подхода. Применение принципов объектно-ориентированного программирования и программирования? основанного на событиях позволяет создавать более качественные и эффективные программные продукты, особенно при реализации математических моделей.

Заключение

Парадигма самоорганизации используется также в демографии, демографические процессы также подвержены самоорганизации. Влияет и институциональный механизм государства со своими негативами, создающий соответствующие (негативные) условия темпов роста продолжительности жизни, особенно, прогнозирования в краткосрочной перспективе.

Даже небольшие и правдоподобные отклонения от стандартной модели (даже в замкнутой форме) доминируют в демографической литературе в течение многих лет и пока дают позитивные перемены для перспектив развития экономико-демографической политики.

В работе исследована математико-демографическая модель, необходимая для планирования и управления пенсионными выплатами. Данные результаты показывают адекватность рассматриваемого подхода и результаты работы могут быть использованы в практике пенсионных расчетов. Работа может быть развита.

Литература

1. Алиев, Ш. (2018). Проблемы стратегии децентрализации и адаптивных методов процессно-ориентированного управления предприятием. Экономика. Бизнес. Информатика, 4(3), 313-319. Получено из <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/287>
2. Блудова С.Н. Отраслевые союзы и объединения предпринимателей в системе поддержки экспорта Вестник Северо-Кавказского гуманитарного института. 2012. № 4 (4). С. 40-47.
3. Буниатова А.Р. Бизнес-моделирование как механизм реализации инвестиционных проектов Вестник Северо-Кавказского гуманитарного института. 2012. № 4 (4). С. 30-39.
4. Вечер А.В. Влияние экономических кластеров на конкурентоспособность и инновационное развитие региона Вестник Северо-Кавказского гуманитарного института. 2012. № 4 (4). С. 48-53.
5. Волков Я. Результаты оценки неявного пенсионного долга России Вопросы экономики. 2010. № 5. С. 123-137.
6. Ерёмченко К.Б., Кирюшина А.В. Повышение пенсионного возраста -объективная реальность?! Научные труды Вольного экономического общества России. 2014. Т. 184. С. 34-39.
7. Исламова Д.С., Бураков Д.В. Сравнительный анализ эффективности кредитования и прямого субсидирования экономики России Экономика и социум. 2014. № 2-2 (11). С. 317-322.
8. Мхитарян В.С., Михайлова С.С. Методология статистического моделирования развития пенсионного страхования в регионе Системное управление. 2016. № 2 (31). С. 21.
9. Шамилев, Р., Шамилев, С., & Науразова, Э. (2018). Интранет-среда, соцсети, менеджмент компаний и некоторые проблемы международной экономики. Электронный междисциплинарный научный журнал с порталом международных научно-практических конференций Интернетнаука, 4(2), 133-139. Получено из <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/588>
10. Шамилев, Р., Шамилев, С., & Науразова, Э. (2018). Проблемы социально-экономического развития Чеченской республики. Экономика. Бизнес. Информатика, 4(2), 225-255. Получено из <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/278>
11. Шамилев, С. (2018). Нечетко-множественная поддержка решения о покупке ценных бумаг. Электронный междисциплинарный научный журнал с порталом международных научно-практических конференций Интернетнаука, 4(1), 72-83. Получено из <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/581>
12. Шамилева, Б., Шамилев, С. (2018). Инвестиционная активность в субъектах СКФО. Экономика. Бизнес. Информатика, 4(1), 82-130. Получено из <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/271>
13. Шахова Г.Я., Маненок П.Л. Долгосрочное бюджетное прогнозирование в федеральных ведомствах США Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2014. № 3 (21). С. 121-133.

References

1. Aliyev, S. (2018). Problems of decentralization strategy and adaptive methods of process-oriented enterprise management. Economy. Business. Computer Science, 4 (3), 313-319. Obtained from <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/287>
2. Bludova S.N. Sectoral unions and business associations in the system of export support Bulletin of the North Caucasus Humanitarian Institute. 2012. № 4 (4). Pp. 40-47.
3. Buniatova A.R. Business modeling as a mechanism for the implementation of investment projects Bulletin of the North Caucasus Humanitarian Institute. 2012. № 4 (4). Pp. 30-39.
4. Evening A.V. The impact of economic clusters on the competitiveness and innovative development of the region Bulletin of the North Caucasus Humanitarian Institute. 2012. № 4 (4). Pp. 48-53.
5. Ya. Volkov. Assessment of Russia's implicit pension debt Economic Issues. 2010. No. 5. P. 123-137.
6. Eremenko KB, Kiryushina A.V. Raising the retirement age is an objective reality ?! Scientific works of the Free Economic Society of Russia. 2014. T. 184. P. 34-39.
7. Islamova D.S., Burakov D.V. Comparative analysis of the effectiveness of lending and direct subsidies to the Russian economy. Economy and society. 2014. № 2-2 (11). Pp. 317-322.
8. Mkhitaryan V.S., Mikhailova S.S. Methodology of statistical modeling of the development of pension insurance in the region System management. 2016. № 2 (31). P. 21.
9. Shamilev, R., Shamilev, S., & Naurazova, E. (2018). Intranet-environment, social networks, company management and some problems of the international economy. Electronic interdisciplinary scientific journal with a portal of international scientific-practical conferences Internet science, 4 (2), 133-139. Received from <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/588>
10. Shamilev, R., Shamilev, S., & Naurazova, E. (2018). Problems of socio-economic development of the Chechen Republic. Economy. Business. Computer Science, 4 (2), 225-255. Obtained from <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/278>
11. Shamilev, S. (2018). Fuzzy-multiple support for the decision to purchase securities. Electronic interdisciplinary scientific journal with a portal of international scientific conferences Internet Science, 4 (1), 72-83. Received from <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/581>

12. Shamilev, B., Shamilev, S. (2018). Investment activity in the subjects of the North Caucasus Federal District. *Economy. Business. Computer Science*, 4 (1), 82-130. Obtained from <https://internetnauka.com/index.php/journal/article/view/271>
13. Shakhova G.Ya., Manenok P.L. Long-term budget forecasting in the US federal agencies Research Financial Institute. *Financial Journal*. 2014. № 3 (21). P. 121-133.